By @kakashi_copiador

Estratégia
Concursos

ESTATÍSTICA

Prof. Jhoni Zini

COVARIÂNCIA

Prof. Jhoni Zini

COVARIÂNCIA

- ***Número que diz se há correlação linear entre duas variáveis.***

DUAS VARIÁVEIS

- [x] NÃO HÁ CORRELAÇÃO : $\boxed{COV = 0}$
- [x] CORRELAÇÃO POSITIVA : $\boxed{COV = +}$
- [x] CORRELAÇÃO NEGATIVA : $\boxed{COV = -}$

TIPOS DE CORRELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS

- ❑ *POSITIVA*

- ❑ *NEGATIVA*

- ❑ *NULA*

ANÁLISE DE COVARIÂNCIA

- ***Covariância positiva*** → CORRELAÇÃO POSITIVA
- ***Covariância negativa*** → CORRELAÇÃO NEGATIVA
- ***Covariância nula*** → NÃO HÁ CORRELAÇÃO LINEAR

CÁLCULO DA COVARIÂNCIA

$$COV(XY) = E(XY) - E(X).E(Y)$$

MÉDIA DE Y

MÉDIA DE X

MÉDIA CONJUNTA

CÁLCULO DA COVARIÂNCIA

	X	Y	X.Y
	4	10	40
	6	12	72
SOMA	10	22	112

$E(x) = \frac{SOMA}{n}$ $\qquad E(y) = \frac{SOMA}{n}$ $\qquad E(xy) = \frac{SOMA}{n}$

$E(x) = \frac{10}{2}$ $\qquad E(y) = \frac{22}{2}$ $\qquad E(xy) = \frac{112}{2}$

$\boxed{E(x) = 5}$ $\qquad \boxed{E(y) = 11}$ $\qquad \boxed{E(xy) = 56}$

COVARIÂNCIA

$COV(xy) = E(xy) - E(x) . E(y)$

$COV(xy) = 56 - 5 . 11$

$COV(xy) = 56 - 55$

$COV(xy) = +1$

CÁLCULO DA COVARIÂNCIA

Estratégia Concursos

	X	Y	X.Y
	3	5	15
	4	6	24
	5	7	35
SOMA	12	18	74

$$E(x) = \frac{\sum x}{n}$$

$$E(x) = \frac{12}{3}$$

$$E(x) = 4$$

$$E(y) = \frac{\sum y}{n}$$

$$E(y) = \frac{18}{3}$$

$$E(y) = 6$$

$$E(xy) = \frac{\sum xy}{n}$$

$$E(xy) = \frac{74}{3}$$

$$E(xy) = 24{,}66\ldots$$

$$COV(xy) = E(xy) - E(x) \cdot E(y)$$

$$cov(xy) = 24{,}66\ldots - 4 \cdot 6$$

$$Cov(xy) = 24{,}66\ldots - 24$$

$$cov(xy) = 0{,}666\ldots$$

PROPRIEDADES DA COVARIÂNCIA

- COV(X;X) = VAR(X)
- $COV(\alpha.X;\beta.Y) = \alpha.\beta.COV(X;Y)$

EXEMPLO

$COV(XY) = 10$

CALCULE $COV(2X,3Y)$.

$COV(2X;3Y) = 2.3.COV(XY)$

$COV(2X,3Y) = 6 \;.\; 10 = \underline{60}$

PROPRIEDADES DA COVARIÂNCIA

OBRIGADO

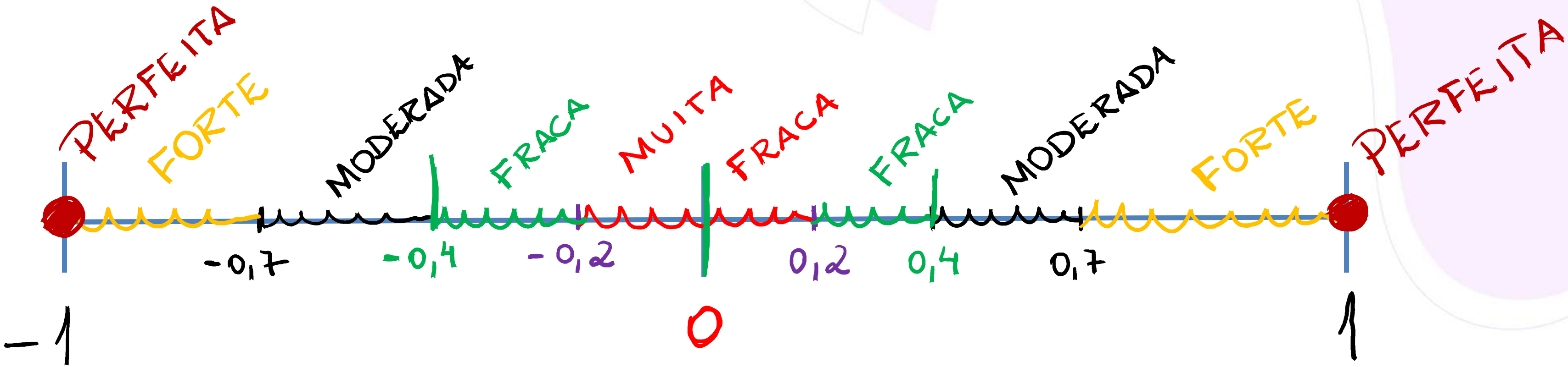
Prof. Jhoni Zini

CORRELAÇÃO

Prof. Jhoni Zini

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

- Mede o grau de intensidade da relação entre variáveis.



$\rho = 1 \longrightarrow$ CORRELAÇÃO PERFEITA $\longrightarrow y = A.x + B \longrightarrow A =$ POSITIVO

$\rho = -1 \longrightarrow$ CORRELAÇÃO PERFEITA $\longrightarrow y = A.x + B \longrightarrow A =$ NEGATIVO

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

Estratégia Concursos

- *Mede o grau de intensidade da relação entre variáveis.*

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO PARA + OU PARA -	*LEITURA*
0 ATÉ 0,19	MUITO FRACA
0,20 ATÉ 0,39	FRACA
0,40 ATÉ 0,69	MODERADA
0,70 ATÉ 0,89	FORTE
0,90 ATÉ 1	MUITO FORTE

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

$$\rho = \frac{COV(XY)}{DP_X . DP_Y}$$

EXEMPLO

Sejam X e Y V.A e $\boxed{Y = 5.X + 7}$.

QUAL É O VALOR DE ρ?

$\rho = +1$

EXEMPLO

SEJAM X e Y V.A. SABENDO QUE $\boxed{Y = -3.X + 10}$, CALCULE ρ.

$\rho = -1$

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

Média de X	*25*	
Média de Y	*18*	
Covariância (X,Y)	32	
Variância de X	*36*	DP = 6
Variância de Y	*49*	DP = 7

$$\rho = \frac{COV(xy)}{DP_x \cdot DP_y}$$

$$\rho = \frac{32}{6 \cdot 7}$$

$$\rho = \frac{32}{42}$$

$$\boxed{\rho \cong 0,76}$$

FORTE

QUESTÃO 1

$DP_x = 2$

A variável x tem média 4 e desvio padrão 2, enquanto a ***variável y tem média 3 e*** desvio padrão 1. A covariância entre x e y é –1.

$DP_y = 1$

O coeficiente de correlação entre x e y é

A. 0,5.

B. –0,5.

C. 1.

D. –1.

E. –0,25.

$$\rho = \frac{cov(x\,y)}{DP_x \cdot DP_y}$$

$$\rho = \frac{-1}{2 \quad 1}$$

$$\rho = -0{,}5$$

QUESTÃO 2

Com relação ao coeficiente de correlação linear (r), é incorreto afirmar que:

A. Se r for um número próximo de 1, então x e y têm forte correlação linear

B. Se r = 0,2 , então x e y têm forte correlação linear

C. Se r for um número próximo de -1, então x e y têm forte correlação linear

D. Se r for um número próximo de 0, então x e y têm fraca correlação linear

E. Se r = - 0,8, então x e y têm forte correlação linear

OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini

VARIÂNCIA DA SOMA E DA DIFERENÇA

Prof. Jhoni Zini

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA

- $VAR(k.X) = k^2.VAR(X)$
- $VAR(X + \cancel{k}) = VAR(X)$

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA

Sabendo que VAR(X) = 10, calcule:

a) VAR(3X)

$VAR(3.X) = 3^2 . VAR(X)$

$VAR(3.X) = 9 . 10$

$VAR(3.X) = 90$

b) VAR(5X)

$VAR(5.X) = 5^2 . VAR(X)$

$VAR(5X) = 25 . 10$

$VAR(5X) = 250$

c) VAR(X+2)

$VAR(X+2) = VAR(X)$

$VAR(X+2) = 10$

PROPRIEDADES DA VARIÂNCIA

Sabendo que VAR(X) = 4, calcule:

a) VAR(2X)

$$VAR(2X) = 2^2 \cdot VAR(X)$$
$$= 4 \cdot 4$$
$$= 16$$

b) VAR($\frac{1}{2}$X)

$$VAR\left(\frac{1}{2} \cdot X\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot VAR(X)$$
$$= \frac{1}{4} \cdot 4$$
$$= 1$$

c) VAR(5X+6)

$$VAR(5X\cancel{+6}) = VAR(5X)$$
$$= 5^2 \cdot VAR(X)$$
$$= 25 \cdot 4$$
$$= 100$$

Variância da soma e da diferença

Prof. Jhoni Zini

VARIÂNCIA DA SOMA

$$\boxed{VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y) + 2.COV(XY)}$$

☑ SE X E Y FOREM INDEPENDENTES:

$$\boxed{VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y)}$$

VARIÂNCIA DA SOMA

$VAR(X) = 4$ $\quad VAR(Y) = 10$ $\quad COV(XY) = 5$, CALCULE $VAR(X + Y)$

$$VAR(x+y) = VAR(x) + VAR(y) + 2 \cdot COV(xy)$$

$$VAR(x+y) = 4 + 10 + 2 \cdot 5$$

$$VAR(x+y) = 24$$

Variância da Soma

$$VAR(\alpha X + \beta Y) = \alpha^2 VAR(X) + \beta^2 VAR(Y) + 2.\alpha\beta COV(XY)$$

VARIÂNCIA DA SOMA

VAR(X) = 4 VAR(Y) = 10 COV(XY) = 5, CALCULE VAR(2X + 3Y)

$$VAR(2X+3Y) = VAR(2X) + VAR(3Y) + 2 \cdot COV(2X;3Y)$$

$$= 2^2 \cdot VAR(X) + 3^2 \cdot VAR(Y) + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot COV(XY)$$

$$= 4 \cdot 4 + 9 \cdot 10 + 12 \cdot 5$$

$$= 16 + 90 + 60$$

$$VAR(2X+3Y) = 166$$

VARIÂNCIA DA SOMA

Estratégia Concursos

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias com as seguintes informações sobre as variâncias:

(i) Var(X) = 4 *(ii)* Var(Y) = 9 *(iii)* Var(X+Y) = 9

Qual é o valor da covariância entre X e Y*?*

$$VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y) + 2 \cdot COV(XY)$$

$$\cancel{9} = 4 + \cancel{9} + 2 \cdot COV(XY)$$

$$0 = 4 + 2 \cdot COV(XY)$$

$$\vdots$$

$$COV(XY) = -2$$

VARIÂNCIA DA DIFERENÇA

$$VAR(X - Y) = VAR(X) + VAR(Y) - 2.COV(XY)$$

- SE X E Y FOREM INDEPENDENTES:

$$VAR(X-Y) = VAR(X) + VAR(Y)$$

VARIÂNCIA DA SOMA

VAR(X) = 4 VAR(Y) = 10 COV(XY) = 5, CALCULE VAR(X - Y)

$$VAR(X-Y) = VAR(X) + VAR(Y) - 2 \cdot COV(XY)$$

$$= 4 + 10 - 2 \cdot 5$$

$$VAR(X-Y) = 4$$

VARIÂNCIA DA DIFERENÇA

$$VAR(\alpha X - \beta Y) = \alpha^2 VAR(X) + \beta^2 VAR(Y) - 2.\alpha\beta COV(XY)$$

Variância da Soma

VAR(X) = 4 VAR(Y) = 10 COV(XY) = 5, CALCULE VAR(4X - 2Y)

$$VAR(4X - 2Y) = VAR(4X) + VAR(2Y) - 2 \cdot COV(4X; 2Y)$$

$$= 4^2 \cdot VAR(X) + 2^2 \cdot VAR(Y) - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot COV(XY)$$

$$= 16 \cdot 4 + 4 \cdot 10 - 16 \cdot 5$$

$$= 64 + 40 - 80$$

$$= 24$$

QUESTÃO 1

Sejam Y, X, variáveis aleatórias tais que $E(X^2) = 25$, $E(X) = 4$, $Var(Y) = 16$, $Cov(X,Y) = 6$.

Então a variância de X+Y é:

a. 25;
b. 37;
c. 55;
d. 108;
e. 217.

$$VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y) + 2 \cdot COV(X,Y)$$

$$VAR(X+Y) = 9 + 16 + \underbrace{2 \cdot 6}_{12}$$

$$VAR(X+Y) = 37$$

$$VAR(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$VAR(X) = 25 - 4^2$$

$$VAR(X) = 25 - 16$$

$$VAR(X) = 9$$

QUESTÃO 2

	variável	
estatística	X	Y
média amostral	25	27
variância amostral	16	9

Se as variáveis X e Y forem independentes, o desvio padrão da soma X + Y será igual a:

a. 5
b. 7
c. 12
d. 15
e. 25

$VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y)$

$VAR(X+Y) = 16 + 9$

$VAR(X+Y) = 25$

$DP(X+Y) = \sqrt{VAR(X+Y)}$

$DP(X+Y) = 5$

QUESTÃO 3

Estratégia Concursos

sejam X e Y variáveis aleatórias. Se Var(X) = 5, Var(Y) = 2 e Cov(X, Y) = 1, então Var(3X – 2Y) é igual a:

A. 53.

B. 19.

C. 11.

D. 41.

E. 65.

$$VAR(3X-2Y) = VAR(3X) + VAR(2Y) - 2 \cdot COV(3X, 2Y)$$

$$= 3^2 \cdot VAR(X) + 2^2 \cdot VAR(Y) - 2 \cdot 3 \cdot 2 \, COV(XY)$$

$$= 9 \cdot 5 + 4 \cdot 2 - 12 \cdot 1$$

$$= 45 + 8 - 12$$

$$= 41$$